

ミクロ経済学

論点

コブ=ダグラス型生産関数の解法テクニック

問題

ある企業の生産関数が、 $Y = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{3}{4}}$ (Y:産出量、K:資本、L:労働投入量)であり、資本価格(r)が10、賃金率(w)が12であるとしてします。

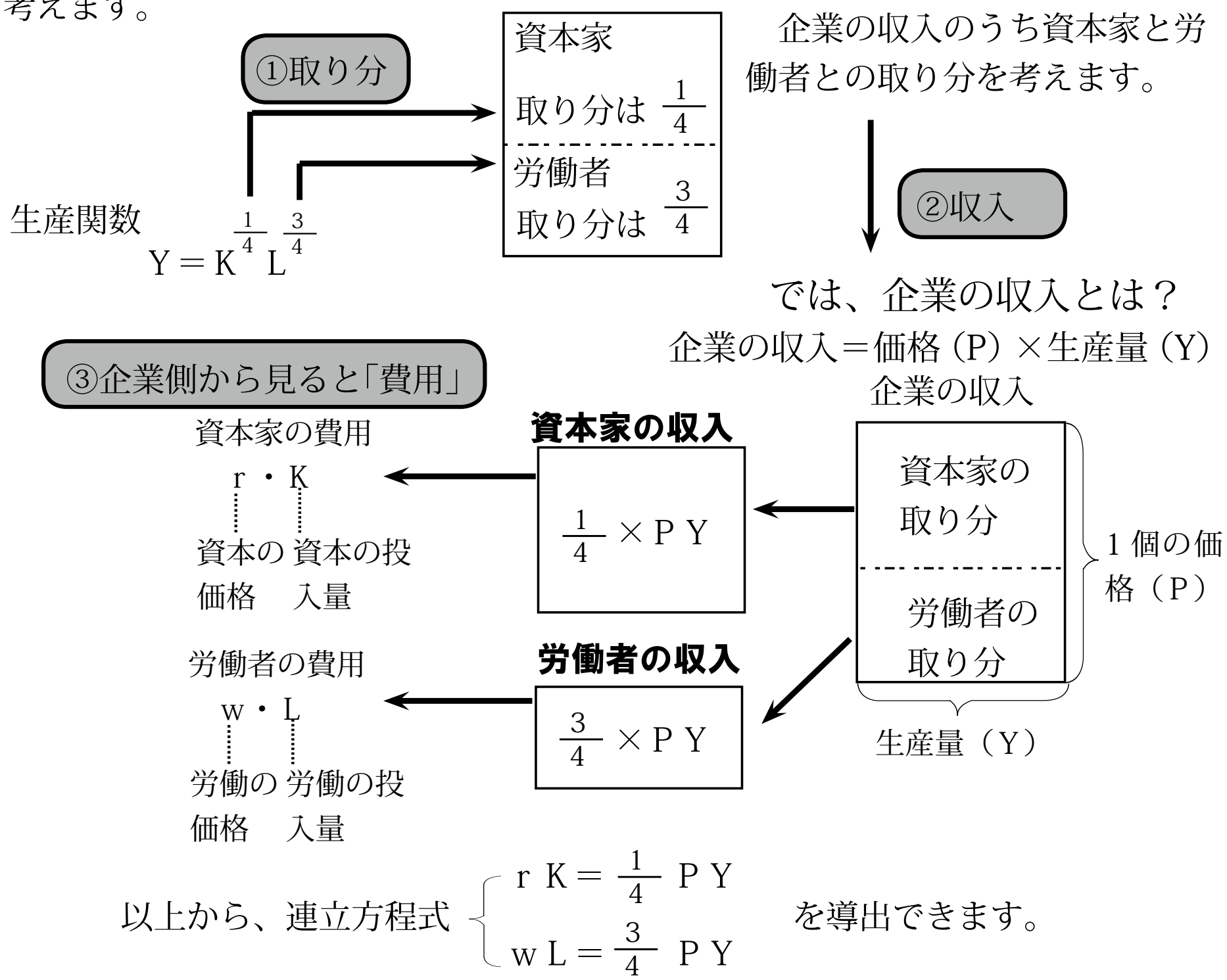
ここで、賃金率が12から15に変化した時に資本装備率($\frac{K}{L}$)はどれくらい変化しますか。

1. 0.5 2. 0.4 3. 0.3 4. 0.2 5. 0.1

(国家1種 改題)

手順-1 コブ=ダグラス型生産関数を整理

基本的にコブ=ダグラス型生産関数は肩の数字(指数)の合計を足し合わせると1になる性質を持っている場合、生産者の収入を資本家と労働者の取り分(分配の割合)として考えます。



補足

分配率

生産関数が、 $Y = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{3}{4}}$ の場合、

資本の分配率

$$\frac{1}{4} = \frac{r K}{P Y}$$

労働の分配率

$$\frac{3}{4} = \frac{w L}{P Y}$$

になります。

手順-2 整理をして、1本の式をつくる

$$r K = \frac{1}{4} P Y \quad \rightarrow \quad 4 r K = P Y$$

$$w L = \frac{3}{4} P Y \quad \rightarrow \quad \frac{4}{3} w L = P Y$$

同じ P Y なのでイコールで結べます。

$$4 r K = \frac{4}{3} w L \quad \text{より、}$$

$$3 r K = w L$$

手順-3 数値を代入して、整理します。

$$3 r K = w L$$

問題文より、 $r = 10$ 、 $w = 12$ を代入します。

$$3 \times 10 \times K = 12 L$$

$$K = \frac{2}{5}L$$

$$\frac{K}{L} = \frac{2}{5}$$

問題文より、 $r = 10$ 、 $w = 15$ を代入します。

$$3 \times 10 \times K = 15 L$$

$$30 K = 15 L$$

$$K = \frac{1}{2}L$$

$$\frac{K}{L} = \frac{1}{2}$$

手順-4 解答を出します

「どれくらい変化したのか」というのが問題なので、手順-3で求めた数値を比較して解答を出します。

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

したがって、5が正解です。