期待効用理論
最近、「期待効用理論」や「金融工学」からみの問題が出題されています。
一種の「爆弾」のように、受験者にはショックを与えているが、基本論点が理解していれば、大丈夫です。
（ほとんどの受験者は白紙なのですから）

完全競争市場
個々の経済主体（家計・企業）が私利を追及することによって、（自由放任させる）価格調整メカニズムが「神の見えざる手」によって伸縮的に作用し市場は常に均衡する。

完全競争市場の条件のうち、「情報の完全性」が満たされない。

市場の失敗
完全競争市場において，パレート最適が実現しないこと
①不完全競争企業の存在
②外部効果
③公共財の存在
④費用逓減産業等
⑤不確実性の存在

不確実性

先物市場の存在しない経済のように、将来の価格について正確な情報を得ることなく、たかだか不確かな価格予想の下で需給を決定せざるを得ない事情だある。この種の不確実性は、いわば市場条件にかかわる不確実性であって、市場での内生変数の決められ方について情報の交換・伝達の機能が不完全であることに起因する通信的不確実性である。
しかし、社会にはさらに制御できない不確実性も存在している。収穫の変動、新発明、政治的動乱のように外生的な要因による環境的不確実性がある。
ここでは、環境的な不確実性を中心に考察する。
このような不確実性についても２種類のものが存在し、結果がどれになるかわからないがそれらについての確率分布が知られている「危険」（risk）の事態と、確率分布そのものがわからない（真実の意味での）「不確実性」とに区別される。
しかし、今日の進展した主観的確率論の立場から、どのような曖昧な行動とはいえ、主体の合理的行動から各状態から生起確率を導出できることが示されており両者は同義的に取り扱う。
条件つき財
経済が不確実性下にある場合、その経済の将来の与件は確定的なものとならない。
たとえば、「来年の夏が猛暑であるときのビール」、「来年の夏が冷夏であるときのビール」というように一定の条件つき財となる。つまり、前者のように一定量を得るとき、後者のように何も得ないという一種の宝くじのような財であると考えられる。
不確実性下において人々の選択対象になるのは、いうまでもなくこのような条件つき財である。したがって、不確実性下では財はたんにその物理的属性、場所、期日で区別されるがかりではなく、生起する状態によっても区別されることになる。
条件つき財の事例として、事故が発生すれば保険金がもらえるが、無事故のままだと掛け損になってしまう各種の保険などがある。

期待効用と危険回避

単純化のために、条件つき財がａという確率でX1という金額が得られ、１－ａという確率でX2という金額をとっている財（宝くじ）を想定する。

この財の効用関数は

$U(X)=a\cdot u(X1)+(1-a)\cdot u(X2)$

のように、X1、X2から得られる効用の期待値（確率をウエイトとした加重平均値)、すなわち期待効用の形となる。

不確実性に対処するこの個人の合理的行動は、この期待効用を極大化する行動である。

例．具体的に証明します。

不確実性が存在する場合人々の行動は確率と期待値である。ある事象の確率は、ある事象が起こる相対的な頻度をいう。例えば、コインを何回も投げれば表と裏のでる確率は１／２に近づく、

次に不確実性な結果の期待値とは、次のように定義される。例えば、コインを投げて表が出れば1000円得られるが、裏が出れば1000円支払わなければならないゲームを議論する。表が出た場合の利得（1000円）をX1、裏だ出たときの損失（－1000円）をX2とすると、このゲームの期待値は次のように定義される。

$$\text{ゲームの期待値} = \frac{1}{2} \times X1 + \frac{1}{2} \times X2 = 0$$

上のゲームの期待値はゼロである。これは、上のゲームを何度も繰り返せば、得られる利得の平均値はゼロに近づくことを意味する。

次にコインが表が出れば1万円得られるが、裏が出れば1000円支払わなくてはならないゲームの場合、X1＝10000円、X2＝1000円であるからこのゲームは

$$\text{ゲームの期待値} = \frac{1}{2} \times X1 + \frac{1}{2} \times X2 = 4500$$

つまり、このゲームを何度も繰り返すと、得られる利得の平均値は4500円に近づく。

したがって、人々は最大限4500円支払ってもこのゲームに参加したいと考えるかもしれない。前者のゲームの期待値はゼロ、後者のように、ゲームに参加するためにゲームの期待値（4500円）に等しい金額を支払わなければならないゲームを「公平なゲーム」という。

モデル２

ところが、人々は一般に上記のゲームには参加しないと考えられる。それは、不確実性が存在した場合、多くの人々は危険を回避しようとするからである。

つまり、人々の合理的行動を仮定すれば、利得の期待値ではなく、効用の期待値が指標となる。

次のモデルとして、この家計の給与所得を100万円とし、上記のようなゲームを想定する。

ゲーム１はコインの表が出れば、20万円得られるが、裏が出れば20万円失う。

ゲーム２はコインの表が出れば、50万円得られるが、裏が出れば50万円失う。

（いずれも公平なゲームである。）

①どのゲームにも参加しない。②ゲーム１に参加する。③ゲーム２に参加する。いずれを選択するか検討する。

一般的には①を選択し、ゲームに参加しなければならない状況では②を選択する。

つまり、危険回避者なのです。

モデル３

ところが、人々は一般に上記のゲームには参加しないと考えられる。それは、不確実性が存在した場合、多くの人々は危険を回避しようとするからである。

つまり、人々の合理的行動を仮定すれば、利得の期待値ではなく、効用の期待値が指標となる。

次のモデルとして、この家計の給与所得を100万円とし、上記のようなゲームを想定する。

ゲーム１はコインの表が出れば、20万円得られるが、裏が出れば20万円失う。

ゲーム２はコインの表が出れば、50万円得られるが、裏が出れば50万円失う。

（いずれも公平なゲームである。）

①どのゲームにも参加しない。②ゲーム１に参加する。③ゲーム２に参加する。いずれを選択するか検討する。

一般的には①を選択し、ゲームに参加しなければならない状況では②を選択する。

つまり、危険回避者なのです。

これを明示するために図－1において効用関数として表わすＵは所得とその所得が得られるときの効用の関係を表わす。

効用関数Ｕを用いてゲーム１の効用の期待値（期待効用）を計算する。

ゲーム１を選択すると、１／２の確率で 20 万円得られるから、そのときの所得は 100 万円と合わせると 120 万円になる。

しかし、20 万円失う確率も１／２の確率であるから、所得は１／２の確率で 80 万円になる可能性もある。

このときの期待効用は

$$\text{ゲーム1の期待期待値} = \frac{1}{2} \times U(80) + \frac{1}{2} \times U(120) = U1$$

この式のＵ（80）は所得が 80 万円のときの、Ｕ（120）は所得が 120 万円のときのそれぞれの効用水準である。どちらの確率も１／２なのでＵ（80）とＵ（120）の中点に一致する。つまり、Ｕ１である。

さらに

$$\text{ゲーム2の期待期待値} = \frac{1}{2} \times U(50) + \frac{1}{2} \times U(150) = U2$$

この式のＵ（50）は所得が 50 万円のときの、Ｕ（150）は所得が 150 万円のときのそれぞれの効用水準である。どちらの確率も１／２なのでＵ（50）とＵ（150）の中点に一致する。つまり、Ｕ２である。

ゲームに参加しない場合の期待効用は

$$\text{ゲームに参加しない期待期待値} = 1 \times U(100) = U_0$$

となる。　この式のＵ（100）は所得が100万円のときの効用水準である。この確率は1なのでＵ（100）はＵｏである。これらは図ー１からもわかるように

Ｕｏ＞Ｕ１＞Ｕ２

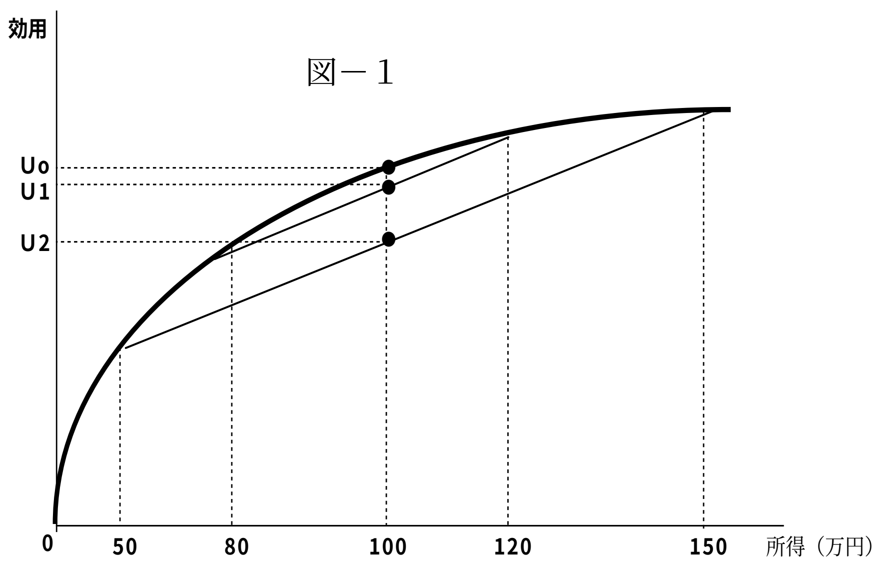
となるから、結局ゲームに参加しないことが最も効用水準が高いことになる。

いま、任意の所得水準Ｙから、所得がΔＹだけ増加したときに、効用がΔＵだけ増加するような場合、ΔＵ／ΔＹを所得の限界効用という。

このような限界効用は所得が増えるにつれて逓減する。

以上から、公平なゲームに参加しようとしない人の所得の限界効用は、所得が増加するにつれて逓減することがわかる。このような人は、所得の期待効用値が同じであっても、所得の変動を好み、さらに確実な所得を好み、所得が不確実な場合は、変動が少ないほうを好むことになる。

このような人を「危険回避者」という。危険回避者は、所得の限界効用が逓減するような効用関数をもった人である。



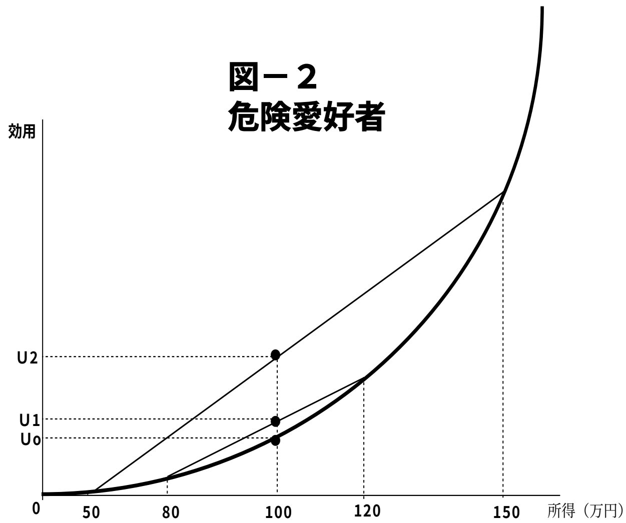
危険愛好者の存在

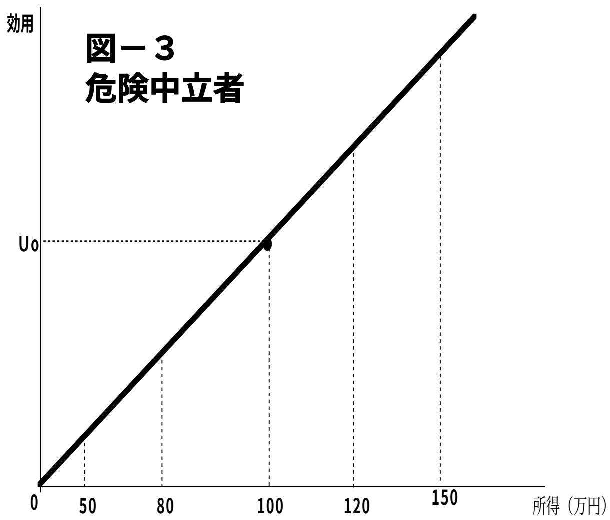
ゲーム１よりゲーム２を好むという存在も考えられるし、さらにこれらのゲームは無差別であるという存在もいる。

第一に、ゲーム１よりゲーム２を好むという存在はゲーム２の期待効用Ｕ２のほうが、ゲーム１の期待効用より大きくなっている。この場合の効用関数は図－２のように、所得の限界効用が所得が増加するにつれて増大する形状になる。

この人は期待所得が大きく変動して、大きな所得を得るチャンスがあるゲームを優先する危険愛好者なのである。

第二にゲーム１とゲーム２が無差別である効用関数は図－３のような形状になる。彼等は所得の変動に無関心な存在で危険中立者なのである。





保険の経済

保険もまた危険回避者が危険を少なくし分散させるための重要な手段の一つである。
これは、事故が発生すれば保険会社から一定額または一定率の保険が加入者に支払われ、その代わり事故が発生しなければ加入者から一定額の保険料が保険会社に支払われるものである。この保険も条件つき財の一種なのである。

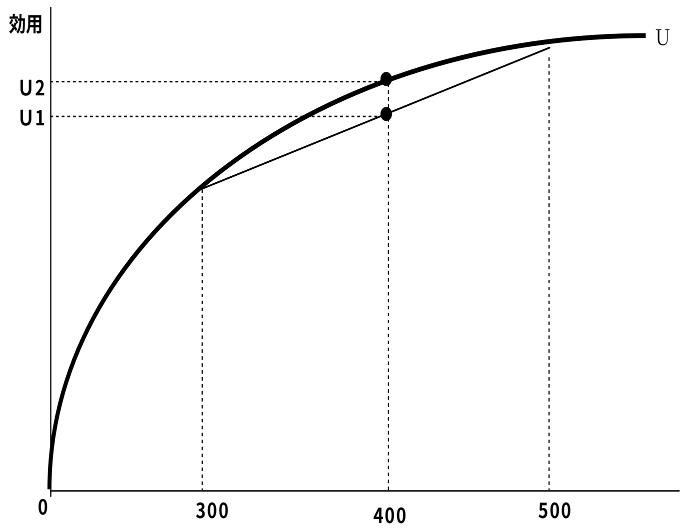
ある個人の保険加入前の富の保有額をＷとし、事故が発生したときの損害額をＬ、事故発生の確率をａと表し、保険契約の内容としては、保険料を総額でＰだけ支払い、事故発生時には保険金Ｑを受け取ることを条件にしている。

事故が起こった時の富は

Ｗ1＝Ｗ－Ｌ－Ｐ＋Ｑ

事故が起こらなかった時の富は

Ｗ2＝Ｗ－Ｐ



ここで、モデルを用意する。

危険回避者である仮定のもと、「保険」について考える。ある人の翌年の所得を500万円とし、彼は翌年、確率１／２で病気にかかり、健康保険のきかない入院に年間200万円かかる予想がある。したがって、彼の翌年の取得は確率１／２で500万円、確率１／２で300万円となる予想をしている。

ここで、入院保険が存在した場合、この人はこ

の時どのような保険ならば加入するだろうか。この人の翌年の期待効用は、所得が 500 万円と 300 万円になる確率がそれぞれ１／２であるから、図－４のようにＵ１となる

ここで、今、１年間100万円の保険料を支払えば、入院したときに200万円支払ってくれる保険が存在していたとする。

入院しなければ、所得 500 万円－保険料 100 万円＝ 400 万円

入院した場合、所得 500 万円－保険料 100 万円－入院費 200 万円＋保険金 200 万円＝ 400 万円

このように、入院してもしなくても彼の所得は400万円に確定し、このときの期待効用はＵ２になる。したがって、Ｕ１より大きいために彼は保険に加入する。

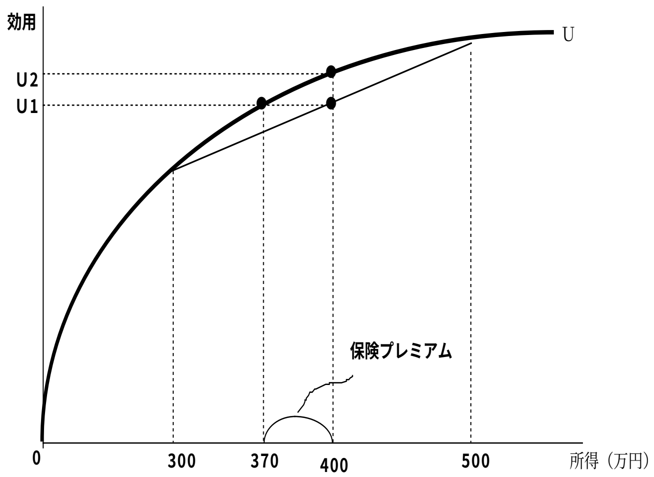
これを先ほどのゲームのモデルで考えた場合の期待値は

$$\text{ゲームの期待期待値} = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2} \times 200\text{万円} = 100\text{万円}$$

となり、ゲームの期待値に等しい参加料（保険料）100万円をしはらわなければならない。先の定義同様、この期待値は「公平な保険」という。

ただし、この場合、保険会社の収入はゼロなのである。

ここで、保険会社の利益をも考慮して新たにモデルを作成してみる。



今問題にしている人の保険に加入しないときの期待効用はＵ１である。したがって、この水準を少しでも上回れば、保険に加入するだろう。

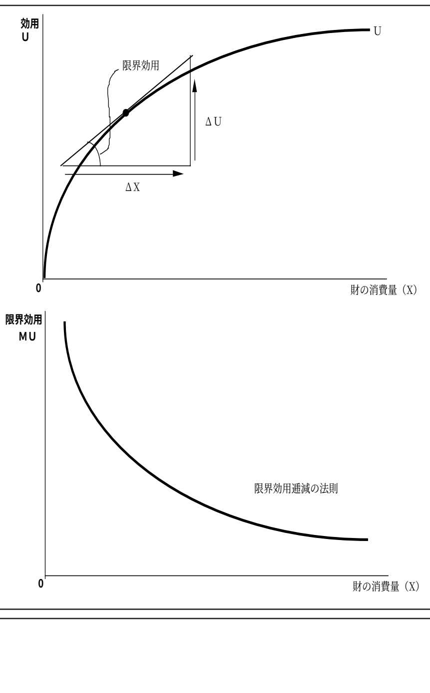
図－５において期待効用はＵ１になるような保険は所得を370万円に確定するような保険である。それは、保険料が130万円で入院したときの保険料が200万円になるような保険である。

入院しないとき、500万円－130万円＝370万円

入院したとき、500万円－保険料130万円－入院費 200 万円＋保険金 200 万円＝ 370 万円

この保険は公平な保険と比較すると30万円多い。これを「保険プレミアム」という。この「保険プレミアム」とは、保険に加入しなかったときの期待取得 400 万円－保険に加入したときの確実な所得 370 万円の差に等しい。

このように、保険料が保険プレミアムだけ上回る場合には、加入するか、しないかは彼にとって無差別となる。



再確認事項！！！「消費行動における効用関数」

消費から得られる満足の度合を効用という。この効用という概念は「総効用」と「限界効用」とに分けることができます。

総効用とは、消費する財全体から得られる満足の大きさであり、一方、限界効用は消費財を追加的に１単位増加させたときに得られる総効用の増加分です。

この限界効用は「限界効用逓減の法則」が仮定されています。家計はこの効用水準をできるだけ大きくなるように行動します。